

Exercise 2 (problem 1)

Build a truth table for the following formula

$$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p).$$

subformula	l_1	l_2	l_3	l_4
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	0	1	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	1	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	1	0	1

Exercise 2 (problem 1)

Build a truth table for the following formula

$$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p).$$

subformula	l_1	l_2	l_3	l_4
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	0	1	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	1	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	1	0	1

Exercise 2 (problem 1)

Build a truth table for the following formula

$$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p).$$

subformula	l_1	l_2	l_3	l_4
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	0	1	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	1	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	1	0	1

Exercise 2 (problem 1)

Build a truth table for the following formula

$$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p).$$

subformula	l_1	l_2	l_3	l_4
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	0	1	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	1	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	1	0	1

Exercise 2 (problem 1)

Build a truth table for the following formula

$$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p).$$

subformula	l_1	l_2	l_3	l_4
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	0	1	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	1	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	1	0	1

Exercise 2 (problem 1)

Build a truth table for the following formula

$$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p).$$

subformula	l_1	l_2	l_3	l_4
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	0	1	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	1	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	1	0	1

Exercise 2 (problem 1)

Build a truth table for the following formula

$$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p).$$

subformula	l_1	l_2	l_3	l_4
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	0	1	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	1	1	0	0
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	0	1	1
$p \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg p)$	0	1	0	1

Typical errors

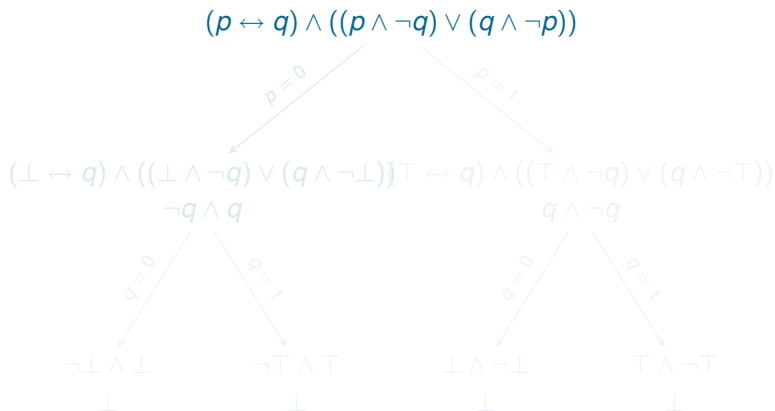
- ▶ Too many have problems with operation tables of connectives, especially \rightarrow and \leftrightarrow .
- ▶ Some treat $A \leftrightarrow B$ as a disjunction of $A \rightarrow B$ and $B \rightarrow A$ (instead of a conjunction).
- ▶ Some treat the two occurrences of p as *different* variables thus using “interpretations” in which p is both true and false.

Exercise 2 (problem 2)

Check, using splitting, whether the formula
 $(p \leftrightarrow q) \wedge ((p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p))$ is satisfiable. Split on the atom p first.

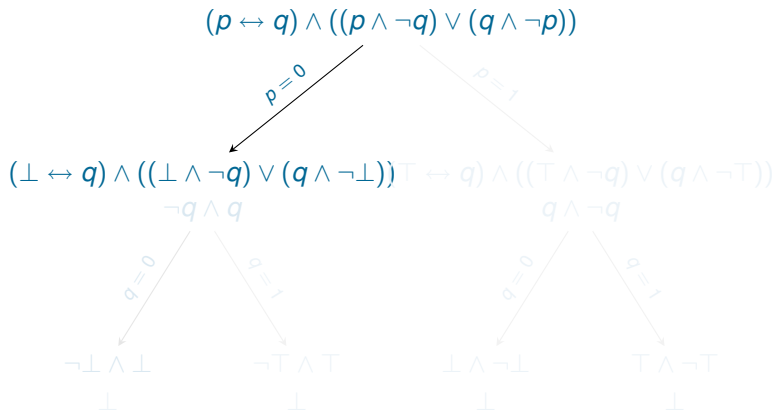
Solution

Guess a value for a variable



Solution

Simplify



Solution

Guess a value for a variable

$$(p \leftrightarrow q) \wedge ((p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p))$$

$p=0$

$p=1$

$$(\perp \leftrightarrow q) \wedge ((\perp \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg \perp)) \quad \text{or} \quad (T \leftrightarrow q) \wedge ((T \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg T))$$

$$\neg q \wedge q$$

$$q \wedge \neg q$$

$q=0$

$q=1$

$q=0$

$q=1$

$$\neg \perp \wedge \perp$$

$$\neg T \wedge T$$

$$\perp \wedge \neg \perp$$

$$T \wedge \neg T$$

$$\perp$$

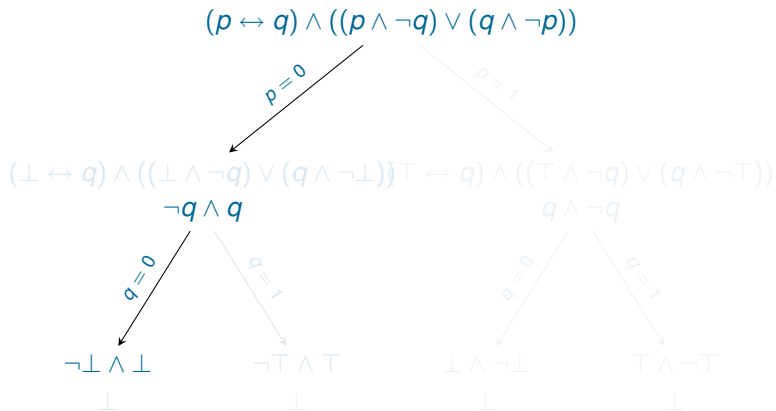
$$\perp$$

$$\perp$$

$$\perp$$

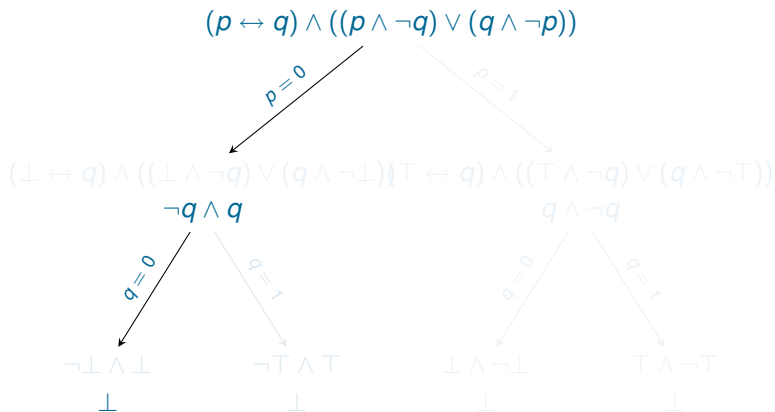
Solution

Simplify



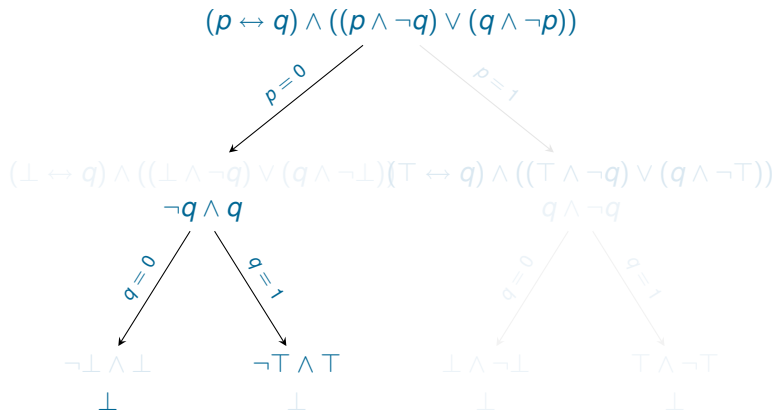
Solution

Backtrack



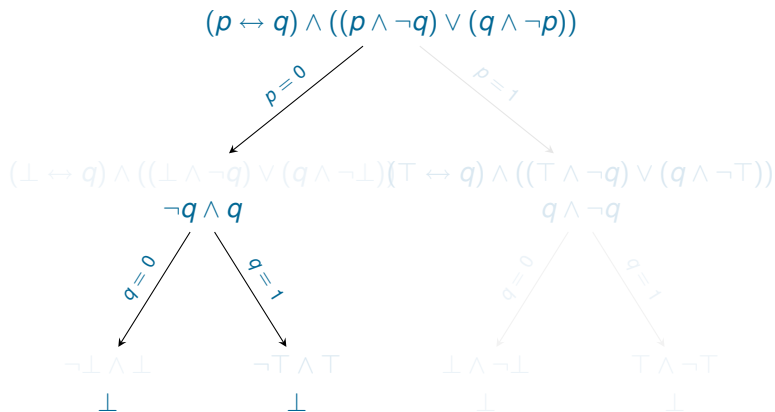
Solution

Simplify



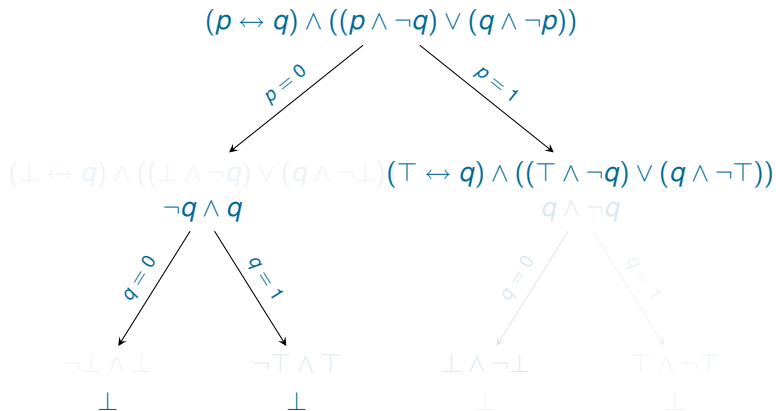
Solution

Backtrack



Solution

Simplify



Solution

Guess a value for a variable

$$(p \leftrightarrow q) \wedge ((p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p))$$

$p=0$

$p=1$

$$(\perp \leftrightarrow q) \wedge ((\perp \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg \perp)) \quad (\top \leftrightarrow q) \wedge ((\top \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg \top))$$

$$\neg q \wedge q$$

$$q \wedge \neg q$$

$q=0$

$q=1$

$q=0$

$q=1$

$$\neg \perp \wedge \perp$$

$$\neg \top \wedge \top$$

$$\perp \wedge \neg \perp$$

$$\top \wedge \neg \top$$

\perp

\perp

\perp

\perp

Solution

Simplify

$$(p \leftrightarrow q) \wedge ((p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p))$$

$p=0$

$p=1$

$$(\perp \leftrightarrow q) \wedge ((\perp \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg \perp)) \quad (\top \leftrightarrow q) \wedge ((\top \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg \top))$$

$$\neg q \wedge q$$

$$q \wedge \neg q$$

$q=0$

$q=1$

$q=0$

$q=1$

$$\neg \perp \wedge \perp$$

$$\neg \top \wedge \top$$

$$\perp \wedge \neg \perp$$

$$\top \wedge \neg \top$$

$$\perp$$

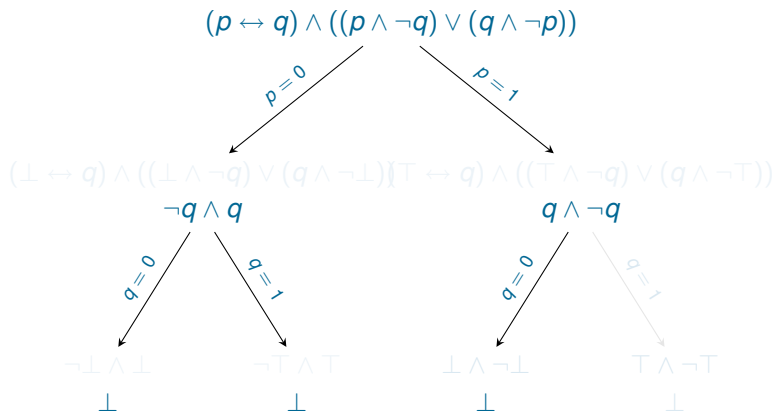
$$\perp$$

$$\perp$$

$$\perp$$

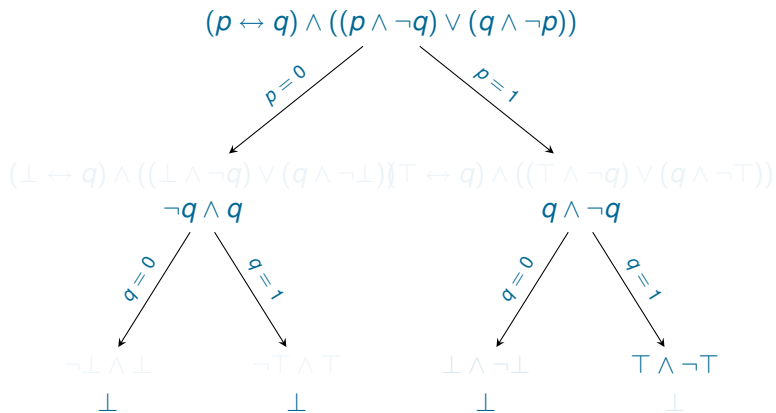
Solution

Backtrack



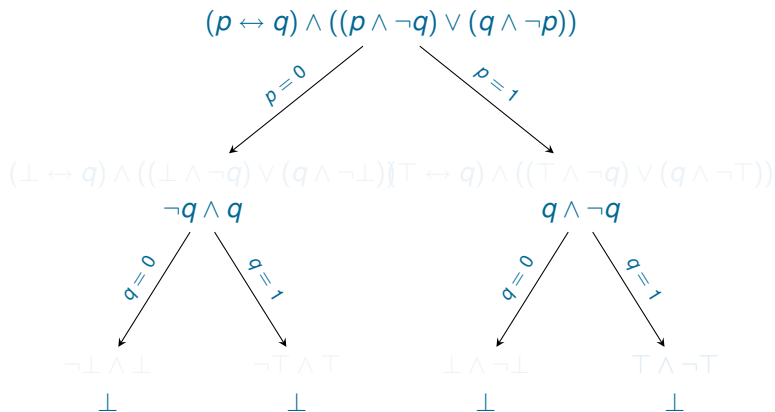
Solution

Simplify



Solution

Return “unsatisfiable”



Typical errors

- ▶ Some do not understand what satisfiability means;
- ▶ Some do not consider the case $p = 1$ when $p = 0$ returns unsatisfiable.
- ▶ Incomplete simplifications (simplifications must be performed until we obtain either \top , or \perp , or a formula containing neither \top nor \perp).
- ▶ Incorrect use of simplification rules.

Exercise 2 (problem 3)

Apply the standard CNF transformation algorithm to the following formula:

$$\neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p))$$

$$\begin{aligned} &\neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ &\neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ &\neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ &\neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ &\neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ &\neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ &(\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p)) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ &((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ &(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ &(\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ &(\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$A \leftrightarrow B \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$$

$$A \rightarrow B \Rightarrow \neg A \vee B$$

$$\neg(A \wedge B) \Rightarrow \neg A \vee \neg B$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \leftrightarrow B & \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \\ A \rightarrow B & \Rightarrow \neg A \vee B \\ \neg(A \wedge B) & \Rightarrow \neg A \vee \neg B \\ \neg(A \vee B) & \Rightarrow \neg A \wedge \neg B \\ \neg\neg A & \Rightarrow A \\ (A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n & \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ & \dots \wedge \\ & (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{aligned}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \leftrightarrow B & \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \\ A \rightarrow B & \Rightarrow \neg A \vee B \\ \neg(A \wedge B) & \Rightarrow \neg A \vee \neg B \\ \neg(A \vee B) & \Rightarrow \neg A \wedge \neg B \\ \neg\neg A & \Rightarrow A \\ (A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n & \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ & \dots \wedge \\ & (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{aligned}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \leftrightarrow B & \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \\ A \rightarrow B & \Rightarrow \neg A \vee B \\ \neg(A \wedge B) & \Rightarrow \neg A \vee \neg B \\ \neg(A \vee B) & \Rightarrow \neg A \wedge \neg B \\ \neg\neg A & \Rightarrow A \\ (A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n & \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ & \dots \wedge \\ & (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{aligned}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \leftrightarrow B & \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \\ A \rightarrow B & \Rightarrow \neg A \vee B \\ \neg(A \wedge B) & \Rightarrow \neg A \vee \neg B \\ \neg(A \vee B) & \Rightarrow \neg A \wedge \neg B \\ \neg\neg A & \Rightarrow A \\ (A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n & \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ & \dots \wedge \\ & (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{aligned}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$A \leftrightarrow B \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$$

$$A \rightarrow B \Rightarrow \neg A \vee B$$

$$\neg(A \wedge B) \Rightarrow \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \Rightarrow \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg\neg A \Rightarrow A$$

$$(A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \dots \wedge (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n)$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$A \leftrightarrow B \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$$

$$A \rightarrow B \Rightarrow \neg A \vee B$$

$$\neg(A \wedge B) \Rightarrow \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \Rightarrow \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg\neg A \Rightarrow A$$

$$(A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n \Rightarrow \begin{array}{l} (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ \dots \wedge \\ (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{array}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$A \leftrightarrow B \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$$

$$A \rightarrow B \Rightarrow \neg A \vee B$$

$$\neg(A \wedge B) \Rightarrow \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \Rightarrow \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg\neg A \Rightarrow A$$

$$(A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n \Rightarrow \begin{array}{l} (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ \dots \wedge \\ (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{array}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \leftrightarrow B & \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \\ A \rightarrow B & \Rightarrow \neg A \vee B \\ \neg(A \wedge B) & \Rightarrow \neg A \vee \neg B \\ \neg(A \vee B) & \Rightarrow \neg A \wedge \neg B \\ \neg\neg A & \Rightarrow A \\ (A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n & \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ & \dots \wedge \\ & (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{aligned}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$A \leftrightarrow B \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$$

$$A \rightarrow B \Rightarrow \neg A \vee B$$

$$\neg(A \wedge B) \Rightarrow \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \Rightarrow \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg\neg A \Rightarrow A$$

$$(A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n \Rightarrow \begin{array}{l} (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ \dots \wedge \\ (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{array}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \leftrightarrow B & \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \\ A \rightarrow B & \Rightarrow \neg A \vee B \\ \neg(A \wedge B) & \Rightarrow \neg A \vee \neg B \\ \neg(A \vee B) & \Rightarrow \neg A \wedge \neg B \\ \neg\neg A & \Rightarrow A \\ (A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n & \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ & \dots \wedge \\ & (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{aligned}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p)) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \leftrightarrow B & \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \\ A \rightarrow B & \Rightarrow \neg A \vee B \\ \neg(A \wedge B) & \Rightarrow \neg A \vee \neg B \\ \neg(A \vee B) & \Rightarrow \neg A \wedge \neg B \\ \neg\neg A & \Rightarrow A \\ (A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n & \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ & \dots \wedge \\ & (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{aligned}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$A \leftrightarrow B \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$$

$$A \rightarrow B \Rightarrow \neg A \vee B$$

$$\neg(A \wedge B) \Rightarrow \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \Rightarrow \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg\neg A \Rightarrow A$$

$$(A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n \Rightarrow \begin{array}{l} (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \\ \dots \\ (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{array} \wedge \wedge$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p)) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \leftrightarrow B & \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \\ A \rightarrow B & \Rightarrow \neg A \vee B \\ \neg(A \wedge B) & \Rightarrow \neg A \vee \neg B \\ \neg(A \vee B) & \Rightarrow \neg A \wedge \neg B \\ \neg\neg A & \Rightarrow A \\ (A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n & \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ & \dots \wedge \\ & (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{aligned}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p)) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$A \leftrightarrow B \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$$

$$A \rightarrow B \Rightarrow \neg A \vee B$$

$$\neg(A \wedge B) \Rightarrow \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \Rightarrow \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg\neg A \Rightarrow A$$

$$(A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n \Rightarrow \begin{array}{l} (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ \dots \wedge \\ (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{array}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p)) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \leftrightarrow B & \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \\ A \rightarrow B & \Rightarrow \neg A \vee B \\ \neg(A \wedge B) & \Rightarrow \neg A \vee \neg B \\ \neg(A \vee B) & \Rightarrow \neg A \wedge \neg B \\ \neg\neg A & \Rightarrow A \\ (A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n & \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ & \dots \wedge \\ & (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{aligned}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p)) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \leftrightarrow B & \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \\ A \rightarrow B & \Rightarrow \neg A \vee B \\ \neg(A \wedge B) & \Rightarrow \neg A \vee \neg B \\ \neg(A \vee B) & \Rightarrow \neg A \wedge \neg B \\ \neg\neg A & \Rightarrow A \\ (A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n & \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ & \dots \wedge \\ & (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{aligned}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p)) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \leftrightarrow B & \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \\ A \rightarrow B & \Rightarrow \neg A \vee B \\ \neg(A \wedge B) & \Rightarrow \neg A \vee \neg B \\ \neg(A \vee B) & \Rightarrow \neg A \wedge \neg B \\ \neg\neg A & \Rightarrow A \\ (A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n & \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ & \dots \wedge \\ & (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{aligned}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p)) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$A \leftrightarrow B \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$$

$$A \rightarrow B \Rightarrow \neg A \vee B$$

$$\neg(A \wedge B) \Rightarrow \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \Rightarrow \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg\neg A \Rightarrow A$$

$$(A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \dots \wedge (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n)$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p)) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$A \leftrightarrow B \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$$

$$A \rightarrow B \Rightarrow \neg A \vee B$$

$$\neg(A \wedge B) \Rightarrow \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \Rightarrow \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg\neg A \Rightarrow A$$

$$(A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n \Rightarrow \begin{array}{l} (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ \dots \wedge \\ (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{array}$$

Exercise 2 (problem 3)

$$\begin{aligned} & \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \Rightarrow \\ & \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \wedge ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (\neg\neg q \vee \neg p)) \wedge ((\neg\neg q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(((\neg p \vee q) \rightarrow (q \vee \neg p)) \wedge ((q \vee \neg p) \rightarrow (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg((\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \wedge (\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q))) \Rightarrow \\ & \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee (q \vee \neg p)) \vee \neg(\neg(q \vee \neg p) \vee (\neg p \vee q)) \Rightarrow \\ & (\neg\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (\neg\neg(q \vee \neg p)) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & ((\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p)) \vee (q \vee \neg p) \wedge \neg(\neg p \vee q) \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg p) \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge \neg\neg p \Rightarrow \\ & (\neg p \vee q) \wedge \neg q \wedge p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \leftrightarrow B & \Rightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \\ A \rightarrow B & \Rightarrow \neg A \vee B \\ \neg(A \wedge B) & \Rightarrow \neg A \vee \neg B \\ \neg(A \vee B) & \Rightarrow \neg A \wedge \neg B \\ \neg\neg A & \Rightarrow A \\ (A_1 \wedge \dots \wedge A_m) \vee B_1 \vee \dots \vee B_n & \Rightarrow (A_1 \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \wedge \\ & \dots \wedge \\ & (A_m \vee B_1 \vee \dots \vee B_n) \end{aligned}$$

Typical errors

- ▶ Some do not know what exactly the CNF is.
- ▶ Some do not understand what the CNF transformation is, and, e.g., evaluate the formula or check whether it is satisfiable.
- ▶ Some get the CNF correctly but then check it for satisfiability.